

**Question 1** Calculer les dérivées des fonctions suivantes:

$$1) f(x) = \tan(x) \quad 2) g(x) = \sqrt{x} \ln(1 + 3x) \quad 3) h(x) = (\cos x)^{\frac{5}{2}} \quad 4) p(x) = \frac{e^x}{x^2 + 1}$$

**Question 2**

a) Calculer l'intégrale  $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ .

b) A l'aide d'une intégration par parties calculer:  $\int_0^1 x e^{2x} dx$ .

c) En effectuant le changement de variable  $u = 1 + \sqrt{x}$ , calculer:  $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$ .

**Question 3**

a) Donner le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 des fonctions suivantes:

$$1) e^x \quad 2) \cos x \quad 3) \sqrt{1+x} \quad 4) e^{\frac{x}{2}} \quad 5) (\cos x) \sqrt{1+x}$$

b) En déduire la limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{x}{2}} - (\cos x) \sqrt{1+x}}{x^2}$$

**Question 4** On considère l'équation différentielle

$$y'(x) = x y(x) - x^3 - 4x^2 + 5x + 4 \quad (E)$$

a) Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle homogène:  $y'(x) = x y(x)$ .

b) Déterminer une solution particulière  $y_p$  de (E) de la forme  $y_p(x) = ax^2 + bx + c$ .

c) Donner toutes les solutions de (E) sur  $\mathbb{R}$ .

d) En déduire la solution de (E) qui vérifie  $y(0) = 1$ .

**Question 5** On considère l'équation différentielle  $y''(x) + y'(x) - 6y(x) = e^x \quad (E)$ .

a) Ecrire les racines de l'équation caractéristique associée à (E). En déduire toutes les solutions de l'équation différentielle  $y''(x) + y'(x) - 6y(x) = 0$ .

b) Trouver une solution particulière notée  $y_p$  de (E). On cherchera  $y_p$  sous la forme  $y_p(x) = a e^x$ , où  $a$  est un réel.

c) Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle (E).