

Interrogation 2 : 1h

Calculatrice interdite

Exercice 1 (6 points) Calculez les intégrales suivantes

$$\int_0^1 t^2 e^{-t^3} dt$$
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2} dx$$

Exercice 2 (4 points) A l'aide du changement de variable $x = e^t$, calculez

$$\int_0^{\ln(2)} \frac{e^t}{1 + 2e^t} dt$$

Exercice 3 (6 points) Dans cet exercice on pourra traiter la question 2 en admettant le résultat de la question 1 (à condition de l'indiquer clairement sur la copie) et on pourra utiliser le fait que $\ln(4) = 2\ln(2)$.

1. A l'aide d'une intégration par partie montrez que

$$\int_1^2 4x^3 \ln(x^2) dx = 2^4 \ln(2^2) - 2 \int_1^2 x^3 dx$$

2. En déduire que

$$\int_1^2 4x^3 \ln(x^2) dx = 32 \ln(2) - \frac{15}{2}$$

Exercice 4 (5 points) Soit $f : x \mapsto e^{\sin(x)}$.

1. Déterminez le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de f

2. En déduire la valeur de

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x)} - 1 - x}{6x^2}$$