

TD 1 : Dérivation

Exercice 1 Calculer les dérivées des fonctions suivantes

$$f : x \mapsto (3x^2 + 7) \ln(x)$$

$$g : x \mapsto \cos(2 - x)$$

$$h : x \mapsto (\sin(x) + 3)^4$$

$$k : x \mapsto e^{\sqrt{x}}$$

$$l : x \mapsto \frac{e^x}{x^2+1}$$

$$r : x \mapsto \left(\frac{1}{\ln(1+x^2)} \right)^3$$

Exercice 2 On considère la fonction

$$\arctan : \mathbb{R} \longrightarrow \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$$

vérifiant pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\tan(\arctan(x)) = x$ et pour tout $x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$, $\arctan(\tan(x)) = x$ (l'existence d'une telle fonction est admise).

1. Rappeler la dérivée de la fonction \tan
2. En dérivant l'égalité $\tan(\arctan(x)) = x$ (c'est-à-dire en dérivant de chaque côté de l'égalité), déterminer la valeur de $\arctan'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
3. Soit f la fonction définie sur $]0, \infty[$ par $f(x) = \arctan(x) + \arctan(1/x)$.
 - (a) Calculer $f'(x)$.
 - (b) Montrer que f est une fonction constante sur $]0, \infty[$
 - (c) En déduire la valeur de $f(x)$

Exercice 3 Calculer les limites suivantes en utilisant la définition de la dérivée

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$$